

Exercícios Dissertativos

1. (2011) No mês corrente, uma empresa registrou uma receita de R\$ 600 mil e uma despesa de R\$ 800 mil. A empresa estuda, agora, alternativas para voltar a ter lucro.
- (a) Primeiramente, assuma que a receita não variará nos próximos meses, e que as despesas serão reduzidas, mensalmente, em exatos R\$ 45 mil. Escreva a expressão do termo geral da progressão aritmética que fornece o valor da despesa em função de n , o número de meses transcorridos, considerando como mês inicial o corrente. Calcule em quantos meses a despesa será menor que a receita.
- (b) Suponha, agora, que a receita aumentará 10% a cada mês, ou seja, que a receita obedecerá a uma progressão geométrica (PG) de razão $11/10$. Nesse caso, escreva a expressão do termo geral dessa PG em função de n , o número de meses transcorridos, considerando como mês inicial o corrente. Determine qual será a receita acumulada em 10 meses. Se necessário, use $1, 1^2 \approx 1, 21$; $1, 1^3 \approx 1, 33$ e $1, 1^5 \approx 1, 61$.

-
2. (2012) O número áureo é uma constante real irracional, definida como a raiz positiva da equação quadrática obtida a partir de

$$\frac{x+1}{x} = x$$

- (a) Reescreva a equação acima como uma equação quadrática e determine o número áureo.
- (b) A sequência $1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, \dots$ é conhecida como sequência de Fibonacci, cujo n -ésimo termo é definido recursivamente pela fórmula

$$F(n) = \begin{cases} 1, & \text{se } n = 1 \text{ ou } 2; \\ F(n-1) + F(n-2), & \text{se } n > 2. \end{cases}$$

Podemos aproximar o número áureo, dividindo um termo da sequência de Fibonacci pelo termo anterior. Calcule o 10° . e o 11° . termos dessa sequência e use-os para obter uma aproximação com uma casa decimal para o número áureo.

-
3. (2013) A numeração dos calçados obedece a padrões distintos, conforme o país. No Brasil, essa numeração varia de um em um, e vai de 33 a 45, para adultos. Nos Estados Unidos a numeração varia de meio em meio, e vai de 3,5 a 14 para homens e de 5 a 15,5 para mulheres.

- (a) Considere a tabela abaixo.

Numeração brasileira (t)	Comprimento do calçado (x)
35	23,8 cm
42	27,3 cm

Suponha que as grandezas estão relacionadas por funções afins $t(x) = ax + b$ para a numeração brasileira e $x(t) = ct + d$ para o comprimento do calçado. Encontre os valores dos parâmetros a e b da expressão que permite obter a numeração dos calçados brasileiros em termos do comprimento, ou os valores dos parâmetros c e d da expressão que fornece o comprimento em termos da numeração.

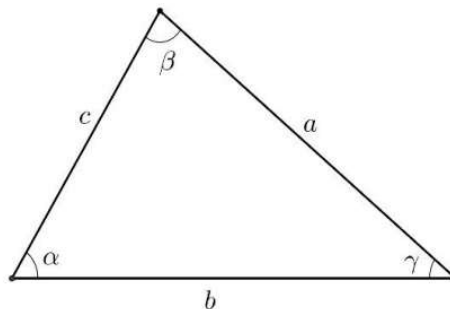
- (b) A numeração dos calçados femininos nos Estados Unidos pode ser estabelecida de maneira aproximada pela função real f definida por $f(x) = 5(x-20)/3$, em que x é o comprimento do calçado em cm . Sabendo que a numeração dos calçados n_k forma uma progressão aritmética de razão $0,5$ e primeiro termo $n_1 = 5$, em que $n_k = f(c_k)$, com k natural, calcule o comprimento c_5 .

4. (2013) Numa piscina em formato de paralelepípedo, as medidas das arestas estão em progressão geométrica de razão $q > 1$.
- (a) Determine o quociente entre o perímetro da face de maior área e o perímetro da face de menor área.
- (b) Calcule o volume dessa piscina, considerando $q = 2$ e a área total do paralelepípedo igual a $252m^2$.

-
5. (2014) Dizemos que uma sequência de números reais não nulos $(a_1, a_2, a_3, a_4, \dots)$ é uma progressão harmônica se a sequência dos inversos $(1/a_1, 1/a_2, 1/a_3, 1/a_4, \dots)$ é uma progressão aritmética (P.A).
- (a) Dada a progressão harmônica $(2/5, 4/9, 1/2, \dots)$, encontre o seu sexto termo.
- (b) Sejam a, b e c termos consecutivos de uma progressão harmônica. Verifique que $b = 2ac/(a + c)$.

-
6. (2015) Seja (a, b, c, d) uma progressão geométrica (PG) de números reais, com razão $q \neq 0$ e $a \neq 0$.
- (a) Mostre que $x = -1/q$ é uma raiz do polinômio cúbico $p(x) = a + bx + cx^2 + dx^3$.
- (b) Sejam e e f números reais quaisquer e considere o sistema linear nas variáveis x e y , $\begin{vmatrix} a & c \\ d & b \end{vmatrix} \begin{vmatrix} x \\ y \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} e \\ f \end{vmatrix}$. Determine para que valores da razão q esse sistema tem solução única.

-
7. (2016) Considere o triângulo exibido na figura abaixo, com lados de comprimentos a, b e c e ângulos α, β e γ .



- (a) Suponha que a sequência (α, β, γ) é uma progressão aritmética (PA). Determine a medida do ângulo β .
- (b) Suponha que a sequência (a, b, c) é uma progressão geométrica (PG) de razão $q = \sqrt{2}$. Determine o valor de $\tan\beta$.