Exercícios Dissertativos

1. (2012) Seja dada a matriz

$$A = \begin{vmatrix} x & 2 & 0 \\ 2 & x & 6 \\ 0 & 6 & 16x \end{vmatrix}$$

em que x é um número real.

(a) Determine para quais valores de x o determinante de A é positivo.

(b) Tomando

$$C = \begin{vmatrix} 3 \\ 4 \\ -1 \end{vmatrix}$$

e supondo que, na matriz A, $x = -2$, calcule $B = AC$.

---

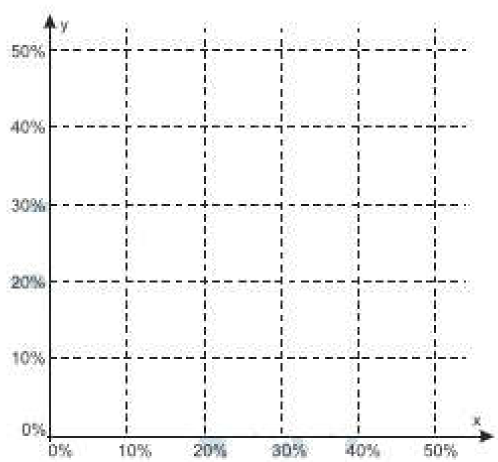
2. (2013) Na formulação de fertilizantes, os teores percentuais dos macronutrientes N, P e K, associados respectivamente a nitrogênio, fósforo e potássio, são representados por x , y e z.

(a) Os teores de certo fertilizante satisfazem o seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{aligned} 3x + y - z &= 0,202 \\ y + z &= 0,55 \\ z &= 0,25 \end{aligned}$$

Calcule x e y nesse caso.

(b) Suponha que para outro fertilizante valem as relações $24\% \leq x + y + z \leq 54\%$, $x \geq 10\%$, $y \geq 20\%$ e $z = 10\%$. Indique no plano cartesiano abaixo a região de teores (x, y) admissíveis para tal fertilizante.



---

3. (2013) Considere a matriz $A_\alpha = \begin{vmatrix} 1 & \alpha \\ \dfrac{-1}{\alpha} & \text{-1} \end{vmatrix}$ que depende do parâmetro real $\alpha > 0$.

   (a) Calcule a matriz $(A_\alpha + A_{2\alpha})^2$.

   (b) Um ponto no plano cartesiano com as coordenadas $\begin{vmatrix} \text{x} \\ \text{y} \end{vmatrix}$ é transformado pela matriz A_α em um novo ponto da seguinte forma: $\begin{vmatrix} \text{x'} \\ \text{y'} \end{vmatrix} = A_\alpha \begin{vmatrix} \text{x} \\ \text{y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x + \alpha y \\ \dfrac{-1}{\alpha}x - y \end{vmatrix}$. Calcule o valor de α, sabendo que o sistema $A_\alpha \begin{vmatrix} \text{x} \\ \text{y} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \text{-6} \\ 2 \end{vmatrix}$ admite solução.

---

4. (2014) Considere a matriz $A = \begin{vmatrix} \text{a} & 1 & 1 \\ \text{-1} & 0 & \text{b} \\ \text{c} & \text{-2} & 0 \end{vmatrix}$, onde a, b e c são números reais.

   (a) Encontre os valores de a, b e c de modo que $A^T = -A$.

   (b) Dados $a = 1$ e $b = -1$, para que valores de c e d o sistema linear $A \begin{vmatrix} \text{x} \\ \text{y} \\ \text{z} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \\ \text{d} \end{vmatrix}$ tem infinitas soluções?

---

5. (2016) Considere o polinômio cúbico $p(x) = x^3 - 3x + a$, onde a é um número real.

   (a) No caso em que $p(1) = 0$, determine os valores de x para os quais a matriz A abaixo não é invertível.

   $$\text{A} = \begin{vmatrix} \text{x} & 1 & 0 \\ 0 & \text{x} & 1 \\ \text{a} & 3 & \text{x} \end{vmatrix}$$

   (b) Seja b um número real não nulo e i a unidade imaginária, isto é, $i^2 = -1$. Se o número complexo $z = 2 + bi$ é uma raiz de $p(x)$, determine o valor de $|z|$.
