## Exercícios Dissertativos

1. (2011) Para certo modelo de computadores produzidos por uma empresa, o percentual dos processadores que apresentam falhas após $T$ anos de uso é dado pela seguinte função:

$$P(T) = 100(1 - 2^{-0,1T})$$

**(a)** Em quanto tempo 75% dos processadores de um lote desse modelo de computadores terão apresentado falhas?

**(b)** Os novos computadores dessa empresa vêm com um processador menos suscetível a falhas. Para o modelo mais recente, embora o percentual de processadores que apresentam falhas também seja dado por uma função na forma $Q(T) = 100(1 - 2^{cT})$ , o percentual de processadores defeituosos após 10 anos de uso equivale a 1/4 do valor observado, nesse mesmo período, para o modelo antigo (ou seja, o valor obtido empregando-se a função $P(T)$ acima). Determine, nesse caso, o valor da constante $c$. Se necessário, utilize $log_2(7) \approx 2,81$.

---

2. (2012) Uma bateria perde permanentemente sua capacidade ao longo dos anos. Essa perda varia de acordo com a temperatura de operação e armazenamento da bateria. A função que fornece o percentual de perda anual de capacidade de uma bateria, de acordo com a temperatura de armazenamento, $T$ (em $^oC$), tem a forma

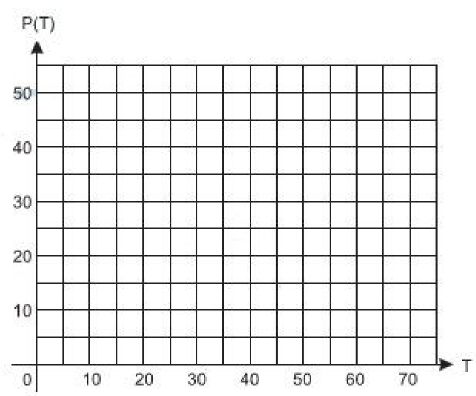
$$P(T) = a\dot{1}0^{bT},$$

em que $a$ e $b$ são constantes reais positivas. A tabela abaixo fornece, para duas temperaturas específicas, o percentual de perda de uma determinada bateria de íons de Lítio.

| **Temperatura ($^oC$)** | **Perda anual de capacidade (%)** |
|---|---|
| 0 | 1,6 |
| 55 | 20,0 |

Com base na expressão de $P(T)$ e nos dados da tabela,

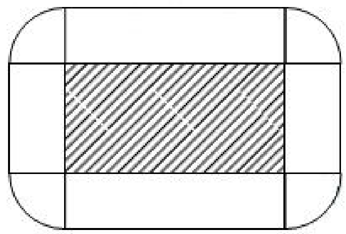
**(a)** esboce, abaixo, a curva que representa a função $P(T)$, exibindo o percentual exato para $T = 0$ e $T = 55$;




**(b)** determine as constantes a e b para a bateria em questão. Se necessário, use $log10(2) \approx 0,30$, $log10(3) \approx 0,48$ e $log10(5) \approx 0,70$.

---

3. (2012) A superfície de um reservatório de água para abastecimento público tem $320.000m^2$ de área, formato retangular e um dos seus lados mede o dobro do outro. Essa superfície é representada pela região hachurada na ilustração abaixo. De acordo com o Código Florestal, é necessário manter ao redor do reservatório uma faixa de terra livre, denominada Área de Proteção Permanente (APP), como ilustra a figura abaixo. Essa faixa deve ter largura constante e igual a $100m$, medidos a partir da borda do reservatório.



**(a)** Calcule a área da faixa de terra denominada APP nesse caso.

**(b)** Suponha que a água do reservatório diminui de acordo com a expressão $V(t) = V_0 2^{-t}$, em que $V_0$ é o volume inicial e $t$ é o tempo decorrido em meses. Qual é o tempo necessário para que o volume se reduza a 10% do volume inicial? Utilize, se necessário, $log_{10}2 \approx 0,30$.

---

4. (2014) A altura (em metros) de um arbusto em uma dada fase de seu desenvolvimento pode ser expressa pela função $h(t) = 0,5 + log_3(t+1)$, onde o tempo $t \geq 0$ é dado em anos.

**(a)** Qual é o tempo necessário para que a altura aumente de $0,5m$ para $1,5m$?

**(b)** Suponha que outro arbusto, nessa mesma fase de desenvolvimento, tem sua altura expressa pela função composta $g(t) = h(3t+2)$. Verifique que a diferença $g(t) - h(t)$ é uma constante, isto é, não depende de $t$.

---

5. (2015) Considere a função $f(x) = 10^{1+x} + 10^{1-x}$, definida para todo número real $x$

**(a)** Mostre que $f(log_{10}(2+\sqrt{3}))$ é um número inteiro.

**(b)** Sabendo que $log_{10}2 \approx 0,3$, encontre os valores de $x$ para os quais $f(x) = 52$.

---