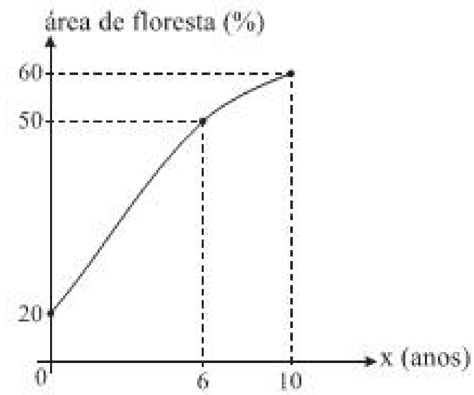
Exercícios Dissertativos

1. (2009/1) Numa fazenda, havia 20% de área de floresta. Para aumentar essa área, o dono da fazenda decidiu iniciar um processo de reflorestamento. No planejamento do reflorestamento, foi elaborado um gráfico fornecendo a previsão da porcentagem de área de floresta na fazenda a cada ano, num período de dez anos.



(gráfico fora de escala)

Esse gráfico foi modelado pela função

$$f(x) = \frac{ax + 200}{bx + c}$$

que fornece a porcentagem de área de floresta na fazenda a cada ano x, onde a, b e c são constantes reais. Com base no gráfico, determine as constantes a, b e c e reescreva a função $f(x)$ com as constantes determinadas.

---

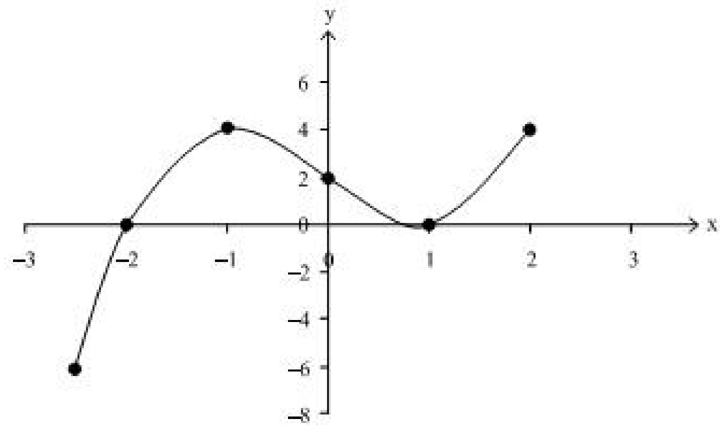
2. (2009/1) A freqüência cardíaca de uma pessoa, FC, é detectada pela palpação das artérias radial ou carótida. A palpação é realizada pressionando-se levemente a artéria com o dedo médio e o indicador. Conta-se o número de pulsações (batimentos cardíacos) que ocorrem no intervalo de um minuto (bpm). A freqüência de repouso, $FCRep$, é a freqüência obtida, em geral pela manhã, assim que despertamos, ainda na cama. A freqüência cardíaca máxima, $FCMax$, é o número mais alto de batimentos capaz de ser atingido por uma pessoa durante um minuto e é estimada pela fórmula $FCMax = (220 - x)$, onde x indica a idade do indivíduo em anos. A frequência de reserva (ou de trabalho), $FCRes$, é, aproximadamente, a diferença entre FCMax e $FCRep$.
Vamos denotar por FCT a freqüência cardíaca de treinamento de um indivíduo em uma determinada atividade física. É recomendável que essa freqüência esteja no intervalo

$$50\% FCRes + FCRep \leq FCT \leq 85\% FCRes + FCRep.$$

Carlos tem 18 anos e sua freqüência cardíaca de repouso obtida foi $FCRep = 65bpm$. Com base nos dados apresentados, calcule o intervalo da FCT de Carlos.

---

3. (2009/2) O gráfico representa a função polinomial $p(x) = ax^3 + bx + c$, com a, b e c coeficientes reais, definida em R^2.



(a) Calcule os valores dos coeficientes a, b e c.

(b) Quais são as raízes de $p(x)$, com suas respectivas multiplicidades?

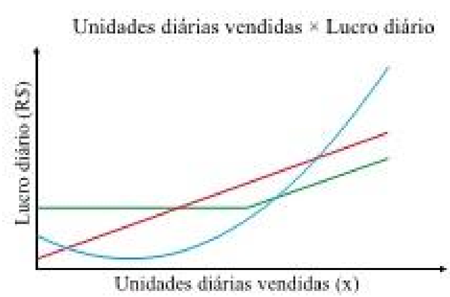
---

4. (2010/2) Três empresas A, B e C comercializam o mesmo produto e seus lucros diários ($L(x)$), em reais, variam de acordo com o número de unidades diárias vendidas (x) segundo as relações:

Empresa A: $L_A(x) = \frac{10}{9}x^2 - \frac{130}{9}x + \frac{580}{9}$

Empresa B: $L_B(x) = 10x + 20$

Empresa C: $L_C(x) = \begin{cases} 120, & \text{se } x < 15 \\ 10x - 30, & \text{se } x \geq 15 \end{cases}$



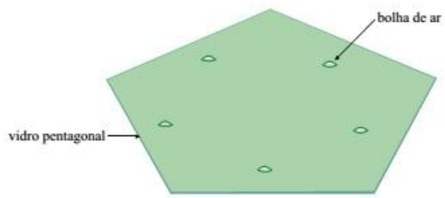
Determine em que intervalo deve variar o número de unidades diárias vendidas para que o lucro da empresa B supere os lucros da empresa A e da empresa C.

---

5. (2011/2) Uma bola de tênis é sacada de uma altura de 21 dm, com alta velocidade inicial e passa rente à rede, a uma altura de 9 dm. Desprezando-se os efeitos do atrito da bola com o ar e do seu movimento parabólico, considere a trajetória descrita pela bola como sendo retilínea e contida num plano ortogonal à rede. Se a bola foi sacada a uma distância de 120 dm da rede, a que distância da mesma, em metros, ela atingirá o outro lado da quadra?

---

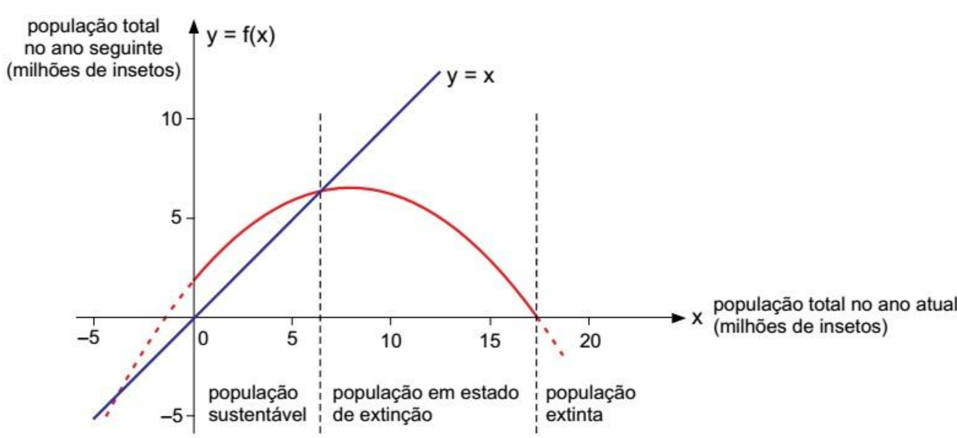
6. (2012/2) Um artesão foi contratado para ornamentar os vitrais de uma igreja em fase final de construção. Para realizar o serviço, ele precisa de pedaços triangulares de vidro, os quais serão cortados a partir de um vidro pentagonal, com ou sem defeito, que possui n bolhas de ar (n = 0, 1, 2, ...).
Sabendo que não há 3 bolhas de ar alinhadas entre si, nem 2 delas alinhadas com algum vértice do pentágono, e nem 1 delas alinhada com dois vértices do pentágono, o artesão, para evitar bolhas de ar em seu projeto, cortou os pedaços de vidro triangulares com vértices coincidindo ou com uma bolha de ar, ou com um dos vértices do pentágono.



Nessas condições, determine a lei de formação do número máximo de triângulos (T) possíveis de serem cortados pelo artesão, em função do número (n) de bolhas de ar contidas no vidro utilizado.

---

7. (2016/1) O gráfico da parábola dada pela função $f(x) = \dfrac{-3}{40}(x^2 - 16x - 24)$ indica, para uma determinada população de insetos, a relação entre a população total atual (x) e a população total no ano seguinte, que seria $f(x)$. Por exemplo, se a população atual de insetos é de 1 milhão ($x = 1$), no ano seguinte será de 2,925 milhões, já que $f(1) = 2,925$.
Dizemos que uma população de insetos está em tamanho sustentável quando a população total do ano seguinte é maior ou igual a população total atual, o que pode ser identificado graficamente com o auxílio da reta em azul ($y = x$).



Determine a população total atual de insetos para a qual, no ano seguinte, ela será igual a zero (adote $\sqrt{22} = 4,7$) e determine a população total atual para qual a sustentabilidade é máxima, ou seja, o valor de x para o qual a diferença entre a população do ano seguinte e do ano atual, nessa ordem, é a maior possível.
