Exercícios Dissertativos

1. (2002) Uma pessoa comprou um número (de dois algarismos) de uma rifa, constante de números de 00 a 99. O sorteio será feito de uma das duas maneiras descritas a seguir.

   A. Em uma urna, são colocadas 100 bolas, numeradas de 00 a 99, de onde será retirada uma única bola.

   B. Em uma urna, são colocadas 20 bolas, numeradas de 0 a 9, sendo duas com número 0, duas com número 1, ... , até duas numeradas com 9. Uma bola é retirada, formando o algarismo das dezenas e, depois, sem reposição da primeira bola, outra é retirada, formando o algarismo das unidades.

   a) Qual é a probabilidade de ganhar no sorteio descrito em A?

   b) Qual é a probabilidade de ganhar no sorteio descrito em B?

---

2. (2005) De um grupo de alunos dos períodos noturno, vespertino e matutino de um colégio (conforme tabela) será sorteado o seu representante numa gincana. Sejam p_n, p_v e p_m as probabilidades de a escolha recair sobre um aluno do noturno, do vespertino e do matutino, respectivamente.

   a) Calcule o valor de x para que se tenha $p_m = \frac{3}{2}$.

   b) Qual deve ser a restrição sobre x para que se tenha $p_m \geq p_n$ e $p_m \geq p_v$?

---

3. (2006) Sendo A e B eventos de um mesmo espaço amostral, sabe-se que a probabilidade de A ocorrer é $p(A) = \frac{3}{4}$, e que a probabilidade de B ocorrer é $p(B) = \frac{3}{4}$. Seja $p = p(A \cap B)$ a probabilidade de ocorrerem A e B.

   a) Obtenha os valores mínimo e máximo possíveis para p.

   b) Se $p = \frac{7}{12}$, e dado que A tenha ocorrido, qual é a probabilidade de ter ocorrido B?

---

4. (2007) Colocam-se n^3 cubinhos de arestas unitárias juntos, formando um cubo de aresta n, onde $n > 2$. Esse cubo tem as suas faces pintadas e depois é desfeito, separando-se os cubinhos.

   a) Obtenha os valores de n para os quais o número de cubinhos sem nenhuma face pintada é igual ao número de cubinhos com exatamente uma face pintada.

   b) Obtenha os valores de n para os quais o número de cubinhos com pelo menos uma face pintada é igual a 56.

---

5. (2007) Em uma cidade existem 1000 bicicletas, cada uma com um número de licença, de 1 a l000. Duas bicicletas nunca têm o mesmo número de licença.

   a) Entre as licenças de três algarismos, de 100 a 999, em quantas delas o valor absoluto da diferença entre o primeiro algarismo e o último é igual a 2?

   b) Obtenha a probabilidade do número da licença de uma bicicleta, encontrada aleatoriamente entre as mil, não ter nenhum 8 entre seus algarismos.

---

6. (2008) Suponha que Moacir esqueceu o número do telefone de seu amigo. Ele tem apenas duas fichas, suficientes para dois telefonemas.

   a) Se Moacir só esqueceu os dois últimos dígitos, mas sabe que a soma desses dois dígitos é 15, encontre o número de possibilidades para os dois últimos dígitos.

   b) Se Moacir só esqueceu o último dígito e decide escolher um dígito ao acaso, encontre a probabilidade de acertar o número do telefone, com as duas tentativas.

---

7. (2009) O recipiente da figura I é constituído de 10 compartimentos idênticos, adaptados em linha. O recipiente da figura II é constituído de 100 compartimentos do mesmo tipo, porém adaptados de modo a formar 10 linhas e 10 colunas. Imagine que vão ser depositadas, ao acaso, 4 bolas idênticas no recipiente da figura I e 10 bolas idênticas no recipiente da figura II.

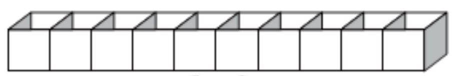


figura I

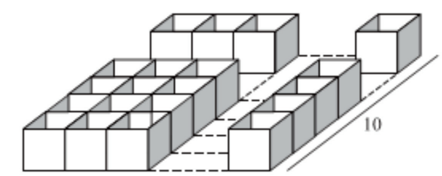


figura II

   Com a informação de que em cada compartimento cabe apenas uma bola, determine:

   a) A probabilidade de que no primeiro recipiente as 4 bolas fiquem sem compartimentos vazios entre elas.

   b) A probabilidade de que no segundo recipiente as 10 bolas fiquem alinhadas.

---

8. (2010) Um jovem possui dois despertadores. Um deles funciona em 80% das vezes em que é colocado para despertar e o outro em 70% das vezes. Tendo um compromisso para daqui a alguns dias e preocupado com a hora, o jovem pretende colocar os dois relógios para despertar.

   a) Qual é a probabilidade de que os dois relógios venham a despertar na hora programada?

   b) Qual é a probabilidade de que nenhum dos dois relógios desperte na hora programada?

---

9. (2012) O quadro mostra o resultado de uma pesquisa realizada com 200 nadadores de competição da cidade de São Paulo, visando apontar o percentual desses nadadores que já tiveram lesões (dores) em certas articulações do corpo, decorrentes da prática de natação, nos últimos três anos.

Articulação	Percentual de Nadadores
ombro	80%
coluna	50%
joelho	25%
pescoço	20%

Com base no quadro, determine:

a) quantos nadadores do grupo pesquisado tiveram lesões (dores) no joelho ou no pescoço, considerando que 5% dos nadadores tiveram lesões nas duas articulações, joelho e pescoço.

b) qual é a probabilidade de um nadador do grupo pesquisado, escolhido ao acaso, não ter tido lesões (dores) no ombro ou na coluna, considerando as manifestações de dores como eventos independentes.

---

10. (2012) Numa classe há x meninas e y meninos, com x, $y \geq 4$. Se duas meninas se retirarem da classe, o número de meninos na classe ficará igual ao dobro do número de meninas.

(a) Dê a expressão do número de meninos na classe em função do número de meninas e, sabendo que não há mais que 14 meninas na classe, determine quantos meninos, no máximo, pode haver na classe.

(b) A direção do colégio deseja formar duas comissões entre os alunos da classe, uma com exatamente 3 meninas e outra com exatamente 2 meninos. Sabendo-se que, nessa classe, o número de comissões que podem ser formadas com 3 meninas é igual ao número de comissões que podem ser formadas com dois meninos, determine o número de alunos da classe.

---

11. (2013) Considere a distribuição de genótipos **AA**, **aa**, **Aa** em uma população de 500 animais jovens, todos com x anos de idade. Sorteando ao acaso um indivíduo dessa população, a probabilidade de que ele seja de genótipo **AA** é de 32%, e de que seja de genótipo **Aa** é de 46%.

Quando os membros dessa população envelhecem, ao atingirem y anos de idade (y > x), o gene **a** provoca a morte instantânea e, como **A** é dominante sobre **a**, os indivíduos **AA** e **Aa** permanecem sadios, enquanto que os indivíduos **aa** morrem.

a) Quantos indivíduos de genótipo **aa** teríamos que acrescentar à população dos 500 animais de x anos de idade para que o sorteio de um indivíduo nesse novo grupo pudesse ser feito com probabilidade de 50% de que o indivíduo sorteado tivesse o gene **A** em seu genótipo?

b) Sorteando-se ao acaso um indivíduo da população original dos 500 animais quando a idade de seus membros é de y anos, logo após a morte dos indivíduos de genótipo **aa**, qual é a probabilidade de que o indivíduo sorteado tenha um gene **a** em seu genótipo?

---

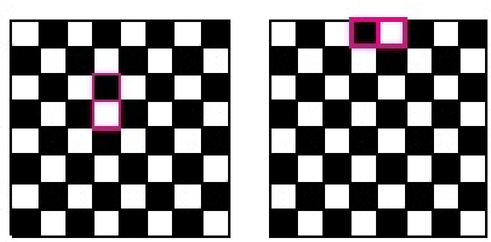
12. (2014) Uma população de 10 camundongos, marcados de 1 a 10, será utilizada para um experimento em que serão sorteados aleatoriamente 4 camundongos. Dos 10 camundongos, apenas 2 têm certa característica C_1, 5 têm certa característica C_2 e nenhum deles tem as duas características. Pergunta-se:

   (a) Qual é a probabilidade de que ao menos um dos camundongos com a característica C_1 esteja no grupo sorteado?

   (b) Qual é a probabilidade de que o grupo sorteado tenha apenas 1 camundongo com a característica C_1 e ao menos 2 com a característica C_2?

---

13. (2015) Um tabuleiro de xadrez possui 64 casas quadradas. Duas dessas casas formam uma dupla de casas contíguas se estão lado a lado, compartilhando exatamente um de seus lados. Veja dois exemplos de duplas de casas contíguas nos tabuleiros.



Dispõem-se de duas peças, uma na forma , e outra na forma , sendo que cada uma cobre exatamente uma casa do tabuleiro.

   (a) De quantas maneiras diferentes é possível colocar as peças  e  em duplas de casas contíguas de um tabuleiro de xadrez?

   (b) Considere as 64 casas de um tabuleiro de xadrez como sendo os elementos de uma matriz $A = (aij)8 \times 8$. Coloca-se a peça , ao acaso, em uma casa qualquer do tabuleiro tal que i = j. Em seguida, a peça  será colocada, também ao acaso, em uma casa qualquer do tabuleiro que esteja desocupada. Na situação descrita, calcule a probabilidade de que as peças  e  tenham sido colocadas em duplas de casas contíguas do tabuleiro.
